



8. АНАЛІТИКА



Олексій Миколайович Рева,
доктор технічних наук, професор,
головний науковий співробітник
ДНУ «Український інститут науково-технічної
експертизи та інформації»,
м. Київ, Україна

 <https://orcid.org/0000-0002-5954-290X>



Володимир Вікторович Камишин,
доктор педагогічних наук,
старший науковий співробітник,
член-кореспондент НАПН України,
директор ДНУ «Український інститут науково-
технічної експертизи та інформації»,
м. Київ, Україна

 <https://orcid.org/0000-0002-8832-9470>

УДК 159.9.07:159.928

DOI [https://doi.org/10.32405/2309-3935-2022-1\(84\)-93-101](https://doi.org/10.32405/2309-3935-2022-1(84)-93-101)

ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ПРАПОРУ КАТАСТРОФ «ГІСТЕРЕЗИС» ДЛЯ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ РОЗВИТКУ / РУЙНАЦІЇ ЗНАТЬ, УМІНЬ, НАВИЧОК

Анотація.

У статті обґрунтовано можливість застосування так званих прапорів катастроф (модальність, недосяжність, катастрофічні стрибки, розбіжність, гістерезис, розбіжність лінійного відгуку, критичне уповільнення / зм'якшення моди, аномальна дисперсія) для моделювання синергетичного ефекту в педагогічному процесі. Серед них більш прийнятним для моделювання та виявлення закономірностей розвитку / руйнації навчального потенціалу (знань, умінь, навичок) є прапор «гістерезис».

Уперше в практиці дидактичних процесів було обґрунтовано поняття простого та складного гістерезису. Причому в першому випадку процеси розвитку / руйнації навчального потенціалу описуються звичайними і популярними в практиці досліджень експонентами, у другому – сукупністю таких експонент, що зазвичай подаються кривими S-подібного виду. Враховуючи, що досліджуваний навчальний потенціал в процесі розвитку / руйнації має проходити щонайменше чотири рівні (початковий (низький) – середній – достатній – високий (творчий)), ідеться про поєднання двох S-подібних функцій, що відкриває перспективи для застосування відповідних сплайн-функцій.

Ключові слова: синергетика; теорія катастроф; навчальні дисципліни; інноваційні інформаційні технології; сплайн-функції.

Інформаційний бум, що спостерігається впродовж тривалого часу, сприяє, відповідно до так званого закону Мура, подвоюванню обсягу знань у світі кожні два роки. У цьому контексті актуальною стає проблема наукового обґрунтування організації плідного опанування учнями, студентами, слухача-

ми хоча б тезаурусу кожної навчальної дисципліни (НД), з якими вони стикаються в середніх і вищих закладах освіти (ЗО) чи на виробництві.

Засвоєння величезного обсягу знань, його творча переробка користувачем для подальшого використання в практичній діяльності чи в суспільному житті



вимагає або збільшення часу навчання, що недоцільно з огляду на низку очевидних причин, або комплексного впровадження у сферу педагогіки нових прогресивних інноваційних інформаційних технологій (ІТ), які зазвичай мають міждисциплінарний характер.

Серед такого роду технологій особливу роль грає синергетика як новий науковий напрям, що спрямований на дослідження складних, нелінійних, відкритих, динамічних (нестационарних) систем, які прагнуть до самоорганізації, мають складну ієрархію, а невід'ємною властивістю яких є також прагнення до деякої рівноваги в умовах динамічного та мінливого середовища [1–3 та ін.]. Використовуючи перелічені ознаки, нескладно визначитися, що до таких систем, які є об'єктом застосування синергетичного підходу, варто зарахувати й освітянську систему, а отже, і навчально-виховний процес (НВП), що в неї відбувається [4–8 та ін.].

Спираючись на методологію теорії систем і системного аналізу, варто зауважити, що освітянська система не лише відповідає розглянутим ознакам, а й є ще гуманістичною (у визначенні одного з фундаторів нечіткої математики Л. Заде [16]), цілеспрямованою, організаційною й активною системою керування. Масове застосування комп'ютерних технологій додає до цього переліку системних характеристик ще й поліергетичність.

Наведене вимагає застосування методології широкого спектру наукових дисциплін для опису, моделювання та вдосконалення освітянської системи, важливішими складниками якої є особистість об'єкта керування – того, хто навчається, і особистість суб'єкта керування – педагога / науково-педагогічного працівника, а також множина мультиплікативних за характером педагогічних взаємодій між ними.

Синергія природознавчого та гуманітарного знання є концептуальною основою, яка разом із використанням сучасних ІТ має бути домінантою комплексу педагогічних умов, що будуть сприяти успішному розв'язанню як міждисциплінарних, так і окремих дисциплінарних проблем.

Синергетичний підхід до вивчення освіти та самоосвіти, розвитку і саморозвитку особистості в системі освіти стає важливим методологічним інструментом, що спроможний суттєво покращити ефективність НВП, наслідком чого має стати формування всебічно розвиненої особистості.

Погоджуючись з думками провідних учених-синергетиків [1–6; 9–12; 15 та ін.], у контексті наших досліджень у термін «синергетика» вкладаємо таке значення: **синергетика** – це «наука, що досліджує процеси переходу складних дидактичних систем із неупорядкованого стану в упорядкований і розкриває такі зв'язки між елементами цієї системи, коли їх сумарна дія перевищує за своїм ефектом просте складання ефектів дій кожного з елементів окремо». Таким чином, синергетика тісно пов'язана з іншим напрямом сучасної педагогіки, званім емерджентна педагогіка [17–19 та ін.].

У 2019 р. поняття синергетики та синергетичного ефекту вже «відсвяткувало» своє 50-річчя. Вивченню відповідних проблем присвятили свої праці плеяда дослідників, зокрема В. Андрущенко, М. Богуславський, О. Бочкарьов, В. Віненко, О. Вознюк, А. Ворожбитова, С. Гончаренко, А. Євдотюк, В. Жилін, Е. Зеєр, Л. Зоріна, І. Зязюн, В. Ігнатова, В. Ільїн, О. Іонова, О. Князева, В. Кремень, С. Кульневич, С. Курдюмов, М. Левківський, В. Маткин, Т. С. Назарова, О. Нестеренко, Л. Новікова, О. Пономарьов, М. Соколовський, Л. Сурчанов, Ю. Талагаєв, Н. Таланчук, А. Тесленко, О. Тесленков, М. Федорова, Т. Челнокова, В. Шаповаленко, Г. Шатковська та ін. Однак у доробках згаданих науковців недостатньо уваги приділено проблемам моделювання та кваліметрії умов виникнення, а також самих показників-індикаторів синергетичного ефекту, що створює певні «хибні ланки» у безперервному ланцюгу послідовного розвитку педагогічної науки.

У працях [7; 8] обґрунтовано виникнення синергетичного ефекту, спираючись на відомий спіралевидний діалектичний закон Гегеля. Однак, при цьому виникають певні утруднення в прогнозуванні та досягненні відповідної точки біфуркації в опануванні, знаннями, уміннями, навичками (ЗУН). Адже встановлення фізичних закономірностей процесів формування потенціалу ЗУН у тих, хто навчається, як динамічних об'єктів, що перманентно розвиваються в часі, особливо вияв у них так званих схованих ЗУН, має відбуватися як з урахуванням фізичних ефектів, зокрема синергетичних, так і проблем математичного опису дидактичних процесів (рис. 1) [15].

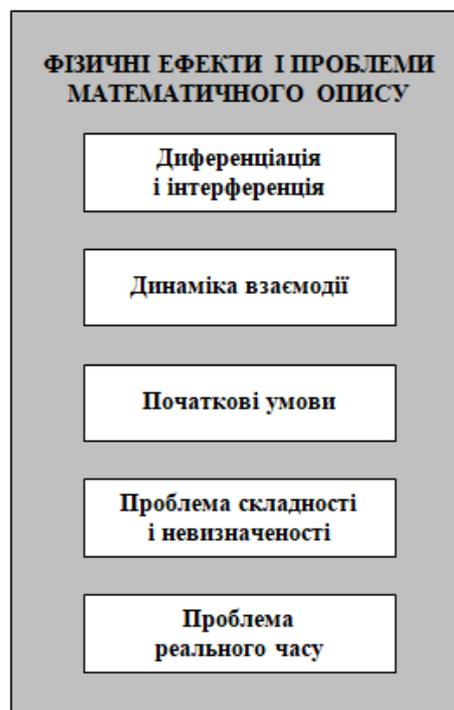


Рис. 1. Фізичні ефекти та проблеми математичного опису задач сучасної теорії катастроф як математичної основи синергетики



З аналізу праць [8; 13; 20 та ін.] випливає доцільність дослідження синергетичного ефекту в педагогіці за допомогою методології теорії катастроф [9–11 та ін.], яка поки що не знайшла належного визнання в цих дослідженнях.

Метою цієї публікації є розроблення теоретичних основ і адаптація положень теорії катастроф для потреб дидактики.

Прапори катастроф як індикатори синергетичного ефекту. Теорія катастроф дає змогу прогнозувати ситуаційні зміни, що стосуються як самого досліджуваного об'єкта (наприклад, розвиток у часі рівня АО), так і поведінки системи загалом. Ця теорія особливо придатна для випадків, що характеризуються різкими змінами поведінки чи несплавними (стрибкоподібними) переходами. Причому забезпечується можливість прогнозування не кількісного протікання різноманітних процесів. Детальний розгляд теорії катастроф і її моделі подані в працях Т. Постопа і Й. Стьюарта [21], Р. Гілмора [10], В. Арнольда [11] та ін.

Застосування теорії катастроф для знаходження причин виникнення синергетичного ефекту в навчанні, особливо точки біфуркації зазвичай обмежується описом геометричних характеристик моделі. Математичне подання досліджуваної події відповідає точці в моделі системи з входом – виходом, де незначні зміни параметрів входу можуть привести до великих змін на виході. Графічне відображення ілюструє природу події, що розглядається, а також містить інформацію про причини виникнення цієї події та її впливу на інші параметри системи.

Сама «катастрофа» може бути поданою як стрибок з одного стану в інший, що й відповідає виникненню синергетичного ефекту, якщо досягнутий рівень академічної обдарованості зазнає чи якісних або кількісних змін, чи і тих, і тих одночасно [7; 8]. Головною її характеристикою є те, що перехід системи з початкового стану до іншого (більш значущого) охоплює досить незначний проміжок часу в порівнянні з тривалістю «стійкого» стану, коли, наприклад, у тих, хто навчається, накопичується певний потенціал ЗУН і здійснюється перехід у точку біфуркації.

Концептуалізувати «катастрофу» можна шляхом розгляду моделювальної системи, що складається з кульки, яка під впливом сили ваги повільно перекочується в контейнері від однієї його стінки до іншої при нахилі цього контейнера в різні боки. У такому разі параметром входу є кут нахилу контейнера, а параметром виходу – положення кульки всередині контейнера. Рисунок 2 ілюструє розглянуту однорозмірну модель. Відповідно до рисунку 2, спостерігається один випадок «катастрофи», що відповідає положенню другої кульки. У цій точці кулька ще балансує в положенні у правій стінки контейнера, але ж може впасти вліво.

Якщо кулька розташована точно в цій точці, то мінімальний нахил контейнера може привести до ве-

ликого зсуву кульки. Так, «симетрична катастрофа» може мати місце, якщо кулька розташована в положенні 6. «Катастрофа» в цій системі є наслідком дії одного параметру, тобто спостерігається лише одна керована змінна, а саме – нахил контейнера.

Важливою особливістю системи, що розглядається, є те, що вихідний параметр визначається механізмом (у цьому випадку – сила ваги, що діє на кульку), який дозволяє кульці займати найнижче положення з урахуванням обмежуючих чинників (у цьому випадку – стінки контейнера).

Можна також графічно ілюструвати катастрофу шляхом показу стійких станів за допомогою ряду точок, ліній і поверхонь. На рисунку 3 подано поведінку системи, що залежить від двох контрольованих чинників [10]. Тут розглянуто трирозмірну криволінійну поверхню зі складкою. Рівноважні стани всередині цього графіка характеризуються точками на поверхні. Нижня частина складки уявляється як нестійкий максимум, тоді як границя – напівстійкі точки перегину.

Отже, модальна поведінка системи також залежить від змін умов функціонування системи у часі. Зони (а) і (б) на рисунку 3 є потенційно стійкими стінками, а затінена зона постає як нестійка недоступна зона. Плавний перехід точки на поверхні відносно змін керівних факторів різко порушується за рахунок можливості переривчатої зміни, що відбувається, хвіртка досягає границі складки поверхні. Вкажемо, що зміни контролюючого чинника 1 або 2 в результаті можуть привести до переміщення точки поперек цієї складки. Це переміщення й є «катастрофою».

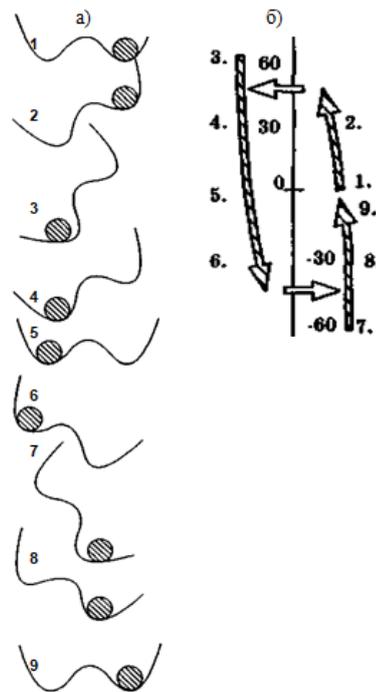


Рис. 2. Однорозмірна модель катастрофи: а) положення кульки; б) кут нахилу контейнера



Динамічний характер НВП, його багатогранність у загальному випадку є складною функцією ризиків ситуаційних чинників і латентних умов, що діють у конкретний момент часу. Обидва ці параметри створюють часовий і просторовий елемент стану системи, тобто накопичений потенціал академічної обдарованості. Модель схованих ЗУН (чи схованих переваг організації та проведення НВП), що призводить до синергетичного ефекту, наноситься на просторову модель, подану на рисунку 3 (а), щоб показати нестабільність, що створюється за комбінованого впливу активних дій із розвитку академічної обдарованості в тих, хто навчається, або чинників управління.

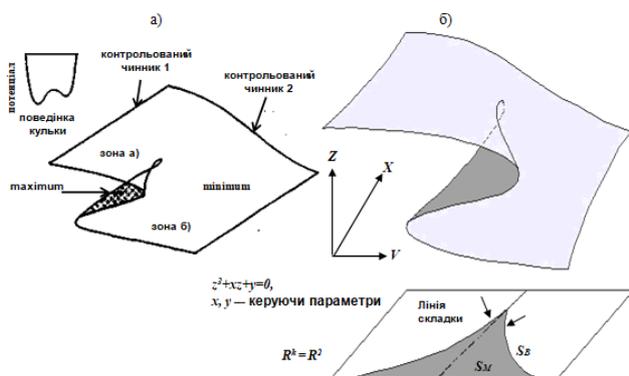


Рис. 3. Загальна модель катастрофи [10]

Наведене ілюструє контрольований фактор 1, а латентні умови – контрольований фактор 2. Ще раз варто зазначити, що в контексті наших досліджень «катастрофічні» наслідки є суттю виникнення синергії в навчанні.

У моделі, що розглядається, активні надбання в організації НВП (супроводжувані застосуванням сучасних ІТ) розглядають як параметри всередині ситуативних чинників. Зміни всередині моделі катастроф, що супроводжуються послідовним і певним чином повільним накопиченням знаннєвого потенціалу, будуть призводити до більш позитивного з позицій досягнення бажаного кінцевого результату навчання ситуативного чинника. Ці активні зрушення можуть виконувати функції включення в дію латентних чинників, що призводить до низки наслідків із можливими суттєвими покращеннями в функціонуванні системи навчання.

Природно, що чинник виникнення «катастрофи», а отже, і синергетичного ефекту, зростає за комбінованого впливу ситуаційних і систематичних чинників (сучасних інноваційних технологій навчання і його методологічного забезпечення), які створюють нестійкі умови та сприяють як позитивним повільним зрушенням у досягненні бажаного кінцевого результату, так і стрибкоподібним (виникнення синергетичного ефекту). Також вкажемо і теоретично можливі негативні (гальмування навчання) катастрофічні наслідки. Причому зазначимо, що існують оз-

наки, що дають змогу визначити наявність катастрофи за деякими непрямими ознаками, які К. Зіман (Christopher Zeeman) назвав «прапорами» [10; 21]. Таким чином, завдання дослідження цього підрозділу полягає в їх адаптації для етіології виникнення «катастрофи» як показника синергетичного ефекту в навчанні. Сьогодні відомі вісім «прапорів» катастроф: модальність; недосяжність; катастрофічні стрибки; розбіжність; гістерезис; розбіжність лінійного відгуку; критичне уповільнення / зм'якшення моди; аномальна дисперсія.

Перші п'ять із перелічених «прапорів» завжди зустрічаються разом і з'являються, коли фізичні керівні параметри можуть змінюватися всередині деякої області простору керівних параметрів, у якій відповідна потенційна функція має більш ніж один мінімум, за винятком гістерезису, що не може мати місця, якщо поведінка системи підкоряється принципів Максвелла [10]. Інші три прапори можуть зустрічатися навіть тоді, коли потенційна функція не має кратних мінімумів.

Вкажемо, що щойно один із перелічених вище прапорів був зафіксований, тобто буде встановлена ознака, що свідчить про наявність катастрофи, що керівні параметри можна змінювати так, щоб стало можливим знайти інші прапори, які обов'язково мають виявити себе за відповідних умов. Хоча катастрофи виявляються під час якісних досліджень рівнянь, проте існує ефект зворотного зв'язку, що іноді дає змогу отримати якісні наслідки навіть тоді, коли ми не знаємо самих рівнянь, але ж за умови, що ми спроможні установити наявність і тип катастрофи. Розглянемо більш детально «прапори» катастроф.

1. *Модальність.* Фізична система може мати два чи більше різних фізичних стани. Ідеться про те, що потенційна функція, яка описує систему, має більш ніж один локальний мінімум у деякому просторі зміни зовнішніх керівних параметрів.

2. *Недосяжність.* Якщо система знаходиться в стані рівноваги, який є морсовським i -сідлом ($i > 0$), то такий стан є хитливим, тому що існують інфінітезимальні збурювання, що приводять до зменшення значення потенціалу (рис. 4). Кожного разу, коли потенційна функція має більш ніж один локальний мінімум, вона повинна мати принаймні одне i -сідло ($c > 0$), яке відповідає стану хиткої рівноваги.

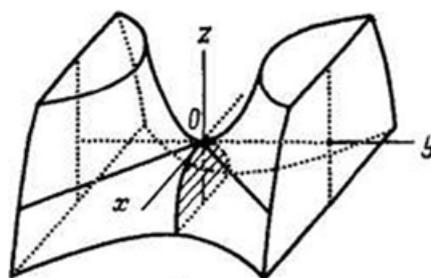


Рис. 4. Морсовське сідло



Два шари в області збирання представляють локально стійкі мінімуми, що розділені серединним недосяжним шаром, який представляє нестійкі локальні максимуми.

3. *Катастрофічні стрибки.* Незалежно від того, чи то використовується принцип Максвелла, чи то принцип максимального зволікання, малі зміни керівних параметрів можуть викликати значні зміни (так званий катастрофічний стрибок) у значеннях перемінних стану за мірою того, як система перескакує з одного локального мінімуму в інший. Якщо прийнято принцип Максвелла, то цей несподіваний стрибок супроводжується плавною, але недиференційованою зміною значень потенціалу. Якщо прийнято принцип максимального зволікання, то стрибок з одного зникаючого локального мінімуму в глобальний або деякий інший локальний мінімум супроводжується дискретною зміною значення потенціалу. Перехід з області одного локального мінімуму в іншій виявляє себе в значній зміні значення перемінної стану, що часто відбувається у понадшвидкій часовій шкалі.

4. *Розбіжність.* Кінцеві зміни в значеннях керівних параметрів приводять до кінцевих змін у значеннях перемінних стану в точці рівноваги. Зазвичай малі збурювання у вихідних значеннях керуючих параметрів ведуть лише до незначної зміни початкових і кінцевих значень перемінних стану. Однак в околиці неморсовської критичної точки малі зміни початкових значень перемінних стану можуть привести до значних змін кінцевих значень цих перемінних. Нестійкість фізичного процесу при збурюваннях у траєкторії керуючих параметрів називається розбіжністю.

5. *Гістерезис.* Гістерезис має місце, коли фізичний процес не є цілком оборотним, тобто над тією самою точкою простору керівних параметрів стрибок із локального мінімуму 1 в локальний мінімум 2 може і не відбутися, тоді як стрибок із локального мінімуму 2 у локальний мінімум 1 мав місце. Гістерезис не виникає, якщо прийнято принцип Максвелла.

6. *Розбіжність лінійного відгуку.* Якщо відбуваються невеликі зміни значень керуючих параметрів ($c \rightarrow c^o + \delta c^o$), то положення точки рівноваги також буде дещо змінюватися ($x \rightarrow x^o + \delta x^o$). Зв'язок між відгуком рівноваги та зміною в керуванні може бути отримано шляхом розкладання $V(x; c)$ в ряд Тейлора за ступенями $(x - x^o)$, $(c - c^o)$ і наступного видалення всіх (за винятком лінійних) членів $\nabla v = 0$. Тоді лінійний відгук визначається як:

$$\delta x_j^o = - (V^{-1})^{jk} \cdot V_{k\alpha} \cdot \delta c_\alpha^o = \chi_{j\alpha} (x^o; c^o) \cdot \delta c_\alpha^o \quad (1)$$

Лінійний відгук δx_j^o на зміну δc_α^o визначається за допомогою так званого тензора сприйнятливості $\chi_{j\alpha}$, що виражається через другі похідні потенційної функції, узяті в стійкому стані рівноваги.

За наближення стану рівноваги до неморсовської критичної точки ($\det V_{ij} \rightarrow 0$) деякі елементи в матриці V^{-1} з виразу (1) стають занадто великими за величиною. Це означає, що функція лінійного відгуку $\chi_{j\alpha}$ розходиться при наближенні до виродженої критичної точки.

7. *Критичне уповільнення / зм'якшення моди.* Якщо динамічні явища в системі згодом загасають, то досягається рівень апроксимації, за якого залежно від характеру динамічного стану системи вона може бути або градієнтною динамічною, або градієнтною ньютонівською системою, причому й у тому і в іншому випадку вона буде мати власні прапори катастроф.

Для градієнтної динамічної системи при підході до біфуркаційної множини $\det V_{ij} \rightarrow 0$ так, що одне або більше власних значень матриці прагне до нуля. Час релаксації відповідних коливань зростає. Тобто, при підході до неморсовської критичної точки для (принаймні) однієї з мод стає все сутужніше релаксуватися до нуля. Подовження шкали часу релаксації називають критичним уповільненням. Для градієнтної ньютонівської системи при підході до біфуркаційної множини $\det V_{ij} \rightarrow 0$ одна або більше частот коливань ω_j прагне до 0. Зменшення частоти коливання для визначених мод і є зм'якшенням моди.

8. *Аномальна дисперсія.* Фізична система може бути задана скоріше за допомогою імовірності $P(x)$, що визначена над простором перемінні стану, ніж за допомогою ізольованої точки («розподілу») в просторі перемінних стану. Така система характеризується моментами функції розподілу. Якщо така фізична система асоціюється з потенційною функцією $V(x; c)$, що задана над простором R^n перемінних функцій стану x і залежної від керівних параметрів $c \in R^k$, то незалежна від часу імовірнісна функція розподілу часто зв'язана з потенційною функцією простою експонентою:

$$P(x; c) = N \cdot e^{-\frac{V(x,c)}{D}}, \quad (2)$$

де N – константа нормалізації; D – позитивна константа дифузії.

Зазвичай, D – мала. Тоді виділяється найглибший мінімум $V(x; c)$. Якщо найглибший мінімум є морсовською критичною точкою в $x = x^o$, то

$$P(x; c) \cong N \cdot e^{-V_{ij} \frac{(x-x^o)_i (x-x^o)_j}{D}}, \quad (3)$$

Коли потенціал V в околиці точки E^* приведений до канонічного вигляду, то дисперсія в цій критичній точці може бути обчислена за формулою:

$$\langle x_i, x_j \rangle = \frac{1}{2} \cdot \frac{D}{V_{ij}}, \quad (4)$$



Оскільки D є малим, то і дисперсія також є малою, якщо лише одне з власних значень матриці V_{ij} не є малим. Це означає, що в деяких випадках дисперсія в околиці неморсовської критичної точки може бути великою («аномальною»).

Так, Р. Тома запропонував звести всі функції катастроф до елементарних катастроф такого вигляду:

$$Cat(l, k) = CG(l) + Pert(l, k), \quad (5)$$

де l – розмірність нульового простору V_{ij} в неморсовській критичній точці; k – кількість керівних параметрів.

Функцію $Cat(l, k)$ виразу (5) й називають *функцією катастрофи*, або просто *катастрофою*. Таким чином, функція катастрофи дорівнює сумі функцій паростка катастрофи і її збурювань $Pert(l, k)$. Функцію $CG(t)$ називають *паростком катастрофи*. Якщо x^0 – неморсовська критична точка потенційної функції сімейства $V(x, c)$ при $c = c^0$, то у відкритій околиці точки (x^0, c^0) простору $R^n \otimes R^k$.

$$V = Cat(l, k) + \sum_{j=l+1}^n \lambda_j(c) \cdot y_j^2, \quad (6)$$

Таким чином, паросток катастрофи $CG(t)$ є неморсовською функцією l – перемінних.

Збурювання не впливають на якісний характер поведінки функції навколо некритичної або морсовської критичної точок. У першому випадку незначно змінюється величина і напрямок градієнта функції, а в останньому – злегка зміщується критична точка та змінюється критичне значення функції, але тип морсовського сідла в цій точці залишається без зміни. У тих випадках, коли сімейство функцій містить члени з неморсовською критичною точкою, можна знайти таку координатну систему, що розщеплює цю функцію на «погану» неморсовську і «гарну» морсовську частини. Цей результат є вірним і для сімейств функцій, близьких до розглянутого неморсовської функції. Завжди можна знайти деяку координатну систему, у якій обурена функція розщеплюється на дві частини, причому кожна з них може бути вивчена окремо.

За $k \leq 5$ кількість канонічних паростків усього 14. Найчастіше в практиці зустрічається катастрофа типу A_3 яку назвали на честь властивої їй геометрії **катастрофою зборки** (рис. 3, б).

На практиці завжди найважливішим питанням є застосовність того або іншого математичного апарату до конкретної досліджуваної проблеми, що буде зроблено в наступному підрозділі.

Варто зазначити, що про наявність елементарної катастрофи свідчать неморсовські критичні точки в сімействі потенційних функцій, що описують конкретну систему чи явище. З деяких причин такі точки не можуть бути одразу розпізнані. Наприклад, потенційна функція є занадто складною чи точно не відомою. Ще гірше, коли система не є навіть градієнтною системою, або, коли навіть немає розуміння

щодо виду рівняння, яке належним чином описує систему. Проте катастрофи зустрічаються в реальних ситуаціях, і тому важливо вміти їх розпізнати.

Для окремих ізольованих функцій більшість точок $x \in R^n$ є некритичними, проте якісно глобальна поведінка розглянутої функції цілком визначається ізольованими критичними точками. Водночас для сімейства функцій більшість точок $x \in R_n$ здійснює параметризацію морсовських функцій, але глобальна якісна поведінка сімейства функцій цілком визначається множиною міри нуль у просторі R_n , точки якого параметризують функції з виродженими точками. Ця множина міри нуль, або сепаратриса, називається множиною біфуркації та позначається Φ .

Множина Максвелла визначається за допомогою рівнянь Клаузиуса–Клапейрона. Критичні, двічі та тричі вироджені критичні точки катастрофи A_3 знаначаються прирівнюванням відповідно першої, другої та третьої похідних $F(x; a, b)$ нулеві:

$$F(x; a, b) = \frac{1}{4}x^4 + \frac{1}{2}ax^2 + bx; \quad (7)$$

$$x^3 + ax + b = 0 \quad (8)$$

$$3x^2 + a = 0 \quad (9)$$

$$6x = 0. \quad (10)$$

Умова (8) виконується в критичних точках; умови (9) і (10) – у двічі вироджених критичних точках, а умови (8)–(10) – у тричі вироджених критичних точках. Зв'язок між керівними параметрами визначається таким чином:

$$\left(\frac{a}{3}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 = 0. \quad (11)$$

Будь-яка точка простору параметрів $(a, b) \in R^2$, окрім точок сепаратриса, здійснює параметризацію функції з однієї або трьома ізольованими критичними точками. Графік функції (7) середині області, що має форму зборки, $F(x; a, b)$, має три ізольовані критичні точки, а поза цією областю – всього одну. На границі функція сімейства має ізольовану критичну точку та двічі вироджену критичну точку, а на початку координат – тричі вироджену критичну точку. Положення критичних точок знаходиться за допомогою рівняння (7), що задає двовимірне різноманіття, у тривимірному просторі з координатними осями $x - a - b$ (рис. 3, б).

Рішення рівняння $\nabla F = 0$ зображене вкладеним у простір $R^3 = R^1 \otimes R^2$. Проекція цього різноманіття на площину керівних параметрів R^2 є лінійною складки. Перекручена лінія складки

$\left(\frac{a}{3}\right)^3 + \left(\frac{b}{2}\right)^2 + 0$ в площині керівних параметрів є тінню понадскладочної частини різноманіття.



Штрихова лінія $a < 0$, $b = 0$ в площині керівних параметрів є множиною Максвелла або нелокальною сепаратрисою і слугує границею розділу між функціями, що мають більш глибокий лівосторонній мінімум, і функціями, що мають більш глибокий правобічний мінімум. Критичні значення функції F визначаються шляхом рішення рівняння (8) для критичних точок і оцінювання (7) у цих критичних точках.

Рекомендації щодо застосування прапора катастроф «гістерезис» для досліджень процесів розвитку / руйнації навчального потенціалу. Отже, з попереднього випливає, що наявність катастрофи (синергетичного ефекту) можна визначити лише за наявністю її прапорів. Однак окремі прапори можна застосовувати для досліджень частинних складових дидактичного процесу, зокрема закономірностей розвитку / руйнації ЗУН.

У загальному випадку зазначені процеси описуються названим нами «простим гістерезисом», коли відповідні процеси описуються зростаючою / спадаючою (за наявності перерв у навчанні) експонентою (рис. 5).



Рис. 5. Ілюстрація простого гістерезису у процесах розвитку / руйнації навчального потенціалу:
а) формування потенціалу; б) руйнація потенціалу

Разом із тим, простий гістерезис не враховує можливість виникнення синергетичного ефекту, що має супроводжуватися на кривій навчання точками перегину, що зазвичай описуються S-подібними кривими (рис. 6).

Проте варто враховувати багатоетапність навчання, що супроводжується накопиченням багаторівневого потенціалу ЗУН. Тому на кривій розвитку / руйнації навчального потенціалу може існувати декілька складових виду ілюстрованих на рисунку 6 (в, г) та обернених до них. Враховуючи прийняті у вітчизняній освітянській системі чотири рівні академічної обдарованості тих, хто навчається (початковий – середній – достатній – творчий), введемо поняття складного гістерезису, що наочно ілюструє рисунок 7.

Математичний опис моделей простого і складного гістерезису може бути зроблений, спираючись або на методологію прогнозування кількісних по-

казників випадкових процесів [8, 13], або на методологію сплайн-функцій [8, 14].

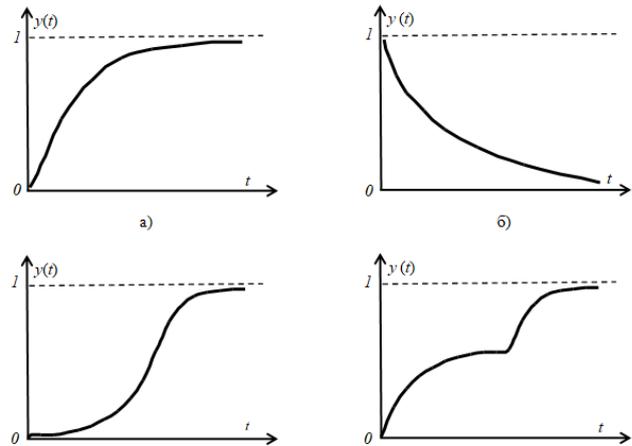


Рис. 6. Нормовані криві формування і руйнування знань, умінь, навичок:
а) зростаюча експонента; б) експонента, що убиває;
в) зростаюча крива з точкою перегину;
г) зростаюча крива з плато

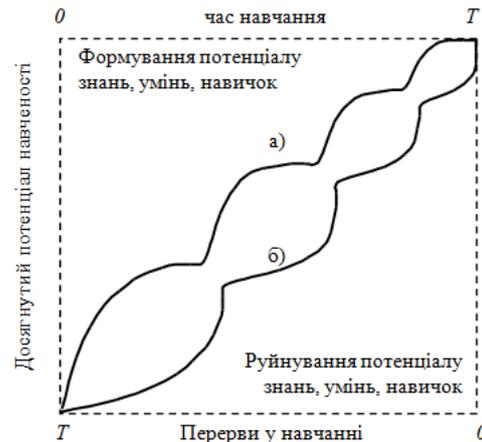


Рис. 7. Ілюстрація складного гістерезису в процесах розвитку / руйнації навчального потенціалу:
а) формування потенціалу; б) руйнація потенціалу

Таким чином, з огляду на подані теоретичні результати аналізу прапорів катастроф, які супроводжують процеси настання синергетичного ефекту в навчанні, варто констатувати, що повністю адаптований для потреб дидактики прапор «гістерезис», є за суттю моделлю розвитку руйнації навчального потенціалу. Висунуто гіпотезу багаторівневого синергетичного ефекту, що призвело до введення понять простого і складного гістерезису. Причому варто звернути увагу на необхідність обґрунтування кількості етапів формування / руйнації рівнів навчальних досягнень. Предметом більш детальних досліджень мають також стати й інші прапори катастроф (модальності, недосяжності, катастрофічних стрибків, розбіжності, розбіжності лінійного відгуку, критичного уповільнення і аномальної дисперсії), що визначають досягнення точки біфуркації та виникнення синергетичного ефекту.

**Використані літературні джерела**

1. Хакен Г. Синергетика: Иерархии неустойчивостей в самоорганизующихся системах и устройствах / Г. Хакен. – М.: Мир, 1985. – 424 с.

2. Пономарев А. А. Синергетика живых систем / А. А. Пономарев; НАН Украины, Научно-учебный центр прикладной информатики. – Київ, 2004. – 77 с.

3. Шатковська Г. І. Синергетика як метод дослідження складних відкритих систем / Г. І. Шатковська // Збірник наукових праць Кам'янець-Подільського національного університету імені Івана Огієнка. – 2009. – С. 331–334.

4. Євтодюк А. В. Синергетичні засади моделювання освітніх систем: автореф. дис. ... канд. філософ. наук: 09.00.03 / А. В. Євтодюк. – Київ: Ін-т вищої освіти НАПН України, 2002.

5. Кремень В. Г. Синергетика в освіті: контекст людиноцентризму / В. Г. Кремень, В. В. Ільїн. – Київ: Пед. думка, 2012. – 368 с.

6. Анісімов І. О. Синергетика: навч. посіб. / І. О. Анісімов. – Київ: КНУ ім. Т. Шевченка, 2014. – 511 с.

7. Синергетика особистісно-орієнтованого розвитку академічної обдарованості / В. В. Камишин, О. М. Рева, Є. А. Бурдельна, К. Ю. Трушковський // Освіта та розвиток обдарованої особистості. – 2019. – № 1 (72). – С. 53–62.

8. Методи і моделі кваліметрії синергетичного ефекту у дидактиці: монографія / О. М. Рева, В. В. Камишин, С. В. Радецька, А. В. Малиновшевська, Є. А. Бурдельна, Л. М. Липчанська. – Київ: ІОД НАПН України, 2019. – 235 с.

9. Николис Г. Самоорганизация в неравновесных системах / Г. Николис, И. Пригожин. – М.: Мир, 1979. – 512 с.

10. Гилмор Р. Прикладная теория катастроф: в 2-х кн. / Р. Гилмор. – Кн. 1. – М.: Мир, 1984. – 350 с.; Кн. 2. – М.: Мир, 1984. – 285 с.

11. Арнольд В. И. Теория катастроф / В. И. Арнольд. – М.: Наука, 1990. – 128 с.

12. Салливан Б. Эффект плато. Как преодолеть застой и двигаться дальше / Б. Салливан и Х. Томпсон; пер. с англ. П. Миронова. – М.: Манн, Иванов и Фербер, 2014. – 320 с.

13. Камишин В. В. Теоретична модель кваліметричного прогнозування розвитку академічної обдарованості / В. В. Камишин, О. М. Рева // Освіта та розвиток обдарованої особистості. – 2016. – № 2. – С. 13–20.

14. Сплайн-модель формирования профессиональных навыков у авиационных операторов / А. Н. Рева, С. П. Борсук, Б. М. Мирзоева, В. В. Камышин // Elmi məcmuələr: Jurnal Milli Aviasiya Akademiyasinin. – Bakı, unvar-mart 2013. – Cild. 15. – № 1. – С. 89–97.

15. Нечаев Ю. И. Философские аспекты реализации проблем современной теории катастроф в интегрированной динамической среде / Ю. И. Нечаев // Штучний інтелект. – 2013. – № 3. – С. 6–18.

16. Заде Л. Понятие лингвистической переменной и его применение к принятию приближенных решений / Л. Заде; под ред. Н. Н. Моисеева, С. А. Орловского; пер. с англ. Н. И. Ринго. – М.: Мир, 1976. – 165 с.

17. Елфимов Г. М. Понятие «нового» в теории эмерджентной эволюции / Г. М. Елфимов // Управленческое консультирование. – 2009. – № 1. – С. 187–222.

18. Богосвятська А. І. Емерджентне управління та самоуправління як новий педагогічний принцип / А. І. Богосвятська // Зарубіжна література в школах України. – 2015. – № 6. – С. 25–28.

19. Капінус О. С. Системний підхід до формування професійної суб'єктності майбутніх офіцерів збройних сил України / О. С. Капінус // Інноваційна педагогіка, 2020. – С. 180–183.

20. Рева О. М. Прапор катастроф «гістерезис» як модель процесу розвитку / руйнації знань, умінь, навичок / О. М. Рева, В. В. Камишин, Л. А. Сагановська // Сучасні енергетичні установки на транспорті, технології та обладнання для їх обслуговування СЕУТТОО-2021: матеріали 12-ї Міжнар. наук.-практ. конф. (Херсон, 6–8 вересня 2021 р.). – Херсон: ХДМА, 2021. – С. 268–271.

21. Постон Т. Теория катастроф и ее приложения / Т. Постон, И. Стюарт. – М.: Мир, 1980. – 607 с.

References

1. Khaken, H. (1985). *Synerhetyka: Yerarkhyy neustoi-chyvostei v samoorhanyzuiushchykh systemakh y ustroistvakh* [Synergetics: Hierarchies of instabilities in self-organizing systems and devices]. Moscow, 424 p. [in Russian].

2. Ponomarev, A. A. (2004). *Synerhetyka zhyvykh system* [Synergetics of living systems]. Kyiv, 77 p. [in Ukrainian].

3. Shatkovska, H. I. (2009). *Synerhetyka yak metod doslidzhennia skladnykh vidkrytykh system* [Synergetics as a method of research of complex open systems]. *Zbirnyk naukovykh prats Kamianets-Podilskoho natsionalnoho universytetu imeni Ivana Ohienka – Collection of scientific works of Kamyanets-Podilsky National University named after Ivan Ogienko*. P. 331–334. [in Ukrainian].

4. Ievtodiuk, A. V. (2002). *Synerhetychni zasady modelivannia osvitnikh system* [Synergetic principles of modeling of educational systems]: . *Extended abstract of candidate's thesis*. Kyiv. [in Ukrainian].

5. Kremen, V. H., & Ilin, V. V. (2012). *Synerhetyka v osviti: kontekst liudynotsentryzmu* [Synergetics in education: the context of human-centeredness]. Kyiv, 368 p. [in Ukrainian].

6. Anisimov, I. O. (2014). *Synerhetyka* [Synergetics]. Kyiv, 511 p. [in Ukrainian].

7. Kamyshyn V. V., Reva O. M., Burdelna Ye. A., & Trushkovskiy K. Yu. (2019). *Synerhetyka osobystisno-orientovanoho rozvytku akademichnoi obdarovanosti* [Synergetics of personality-oriented development of academic giftedness]. *Osvita ta rozvytok obdarovanoi osobystosti – Education and development of gifted personality*. 1 (72). P. 53–62. [in Ukrainian].

8. Reva, O. M., Kamyshyn, V. V., Radetska, S. V., Malynovshevska, A. V., Burdelna, Ye. A., & Lypchanska, L. M. (2019). *Metody i modeli kvalimetrii synerhetychnoho efektu u dydaktytsi* [Methods and models of synergetic effect qualimetry in didactics]. Kyiv, 235 p. [in Ukrainian].

9. Nykolys, H., & Pryhozhyn Y. (1979). *Samoorhanyzatsiia v neravnovesnykh systemakh* [Self-



organization in nonequilibrium systems]. Moscow, 512 p. [in Russian].

10. Hylmor, R. (1984). *Prykladnaia teoriya katastrof [Applied catastrophe theory]*. Moscow, 285 p. [in Russian].

11. Arnold, V. Y. (1990). *Teoriya katastrof [Theory of catastrophes]*. Moscow, 128 p. [in Russian].

12. Sallyvan, B. (2014). *Effekt plato. Kak preodolet zastoi y dvyhatsia dalshe [Plateau effect. How to overcome stagnation and move on]*. Moscow, 320 p. [in Russian].

13. Kamyshyn, V. V., Reva, O. M. (2016). Teoretychna model kvalimetrychnoho prohnouzuvannia rozvytku akademichnoi obdarovanosti [Theoretical model of qualimetric forecasting of academic giftedness]. *Osvita ta rozvytok obdarovanoi osobystosti – Education and development of gifted personality*. 2. P. 13–20. [in Ukrainian].

14. Reva, A. N., Borsuk, S. P., Myrzoieva, B. M., & Kamyshyn, V. V. (2013). Splain-model formirovaniya professyonalnykh navykov u avyatsyonnykh operatorov [Spina-model of formation of professional skills of aviation operators]. *Elmi məcmualər: Jurnal Milli Aviasiya Akademiyasinin. Cild. 15. 1. P. 89–97*. [in Ukrainian].

15. Nechaev, Yu. Y. (2013). Filosofskie aspektu realizatsii problem sovremennoi teorii katastrof v yntehyrovannoi dynamicheskoi srede [Philosophical aspects of the implementation of problems of modern catastrophe theory in an integrated dynamic environment]. *Shtuchnyi intelekt – Artificial Intelligence*. 3. P. 6–18. [in Ukrainian].

16. Zade, L. (1976). *Poniatye linyhvystrycheskoi peremennoi y eho prymerenye k pryniatyi pryblzhennukh resheniy [The concept of linguistic variable and its application to approximate solutions]*. Moscow, 165 p. [in Russian].

17. Elfimov, H. M. (2009). Poniatye «novoho» v teoryi emerzhentnoi evoliutsyy [The concept of “new” in the theory of emergent evolution]. *Upravlencheskoe konsulyrovanye – Management consulting*. 1. P. 187–222. [in Russian].

18. Bohosviatska, A. I. (2015). Emerdzhentne upravlinnia ta samoupravlinnia yak novyi pedahohichni pryntsyyp [Emergent management and self-government as a new pedagogical principle]. *Zarubizhna literatura v shkolakh Ukrainy – Foreign literature in schools of Ukraine*. 6. P. 25–28. [in Ukrainian].

19. Kapinus, O. S. (2020). Systemnyi pidkhid do formuvannia profesiinoi subiektivnosti maibutnykh ofitseriv zbroinykh syl Ukrainy [System approach to the formation of professional subjectivity of future officers of the Armed Forces of Ukraine]. *Innovatsiina pedahohika – Innovative pedagogy*. P. 180–183. [in Ukrainian].

20. Reva, O. M., Kamyshyn, V. V., & Sahanovska, L. A. (2021). Prapor katastrof «histeryzys» yak model protsesu rozvytku / ruinatsii znan, umin, navychok [Flag of catastrophes “hysteresis” as a model of the process of development / destruction of knowledge, skills, abilities]. *Suchasni enerhetychni ustanovky na transporti, tekhnolohii ta obladnannia dlia yikh obsluhovuvannia SEUTTOO-2021 – Modern power plants in transport, technology and equipment for their maintenance SEUTTOO-2021*. Kherson, P. 268–271. [in Ukrainian].

21. Poston, T., & Stiuart, Y. (1980). *Teoriya katastrof y ee prylozheniya [Catastrophe theory and its applications]*. Moscow, 607 p. [in Russian].

Reva Oleksii, Doctor of Technical Sciences, Professor, Chief Researcher, Ukrainian Institute of Scientific and Technical Expertise and Information, Kyiv, Ukraine

Kamyshyn Volodymyr, Doctor of Pedagogical Sciences Senior Research Fellow, Corresponding Member of the National Academy of Pedagogical Sciences of Ukraine, Director of the Ukrainian Institute of Scientific and Technical Expertise and Information, Kyiv, Ukraine

THEORETICAL FUNDAMENTALS OF THE APPLICATION OF THE “HYSTERESIS” CATASTROPHE FLAG FOR MODELING THE PROCESS OF DEVELOPMENT / DESTRUCTION OF KNOWLEDGE, SKILLS AND ABILITIES

Summary.

The possibility of using the so-called catastrophe flags (modality, inaccessibility, catastrophic jumps, divergence, hysteresis, linear response divergence, critical deceleration / softening of mode, anomalous variance) to substantiate the synergistic effect in the pedagogical process is substantiated. Among them, the flag “hysteresis” is more acceptable for modeling and identifying patterns of development / destruction of educational potential (knowledge, skills, abilities).

For the first time in the practice of didactic processes the concept of simple and complex hysteresis is substantiated. Moreover, in the first case, the processes of development / destruction of educational potential are described by ordinary and popular in the practice of research exponents, in the second – a set of such exponents, which are usually represented by S-shaped curves. Given that the studied learning potential in the process of development / destruction must pass at least four levels (initial (low) – medium – sufficient – high (creative)), it is a combination of two S-shaped functions, which opens up prospects for the use of appropriate spline functions. The application of catastrophe theory to find the causes of the synergistic effect in learning, especially the bifurcation point is usually limited to the description of the geometric characteristics of the model.

Given the theoretical results of the analysis of catastrophe flags that accompany the processes of synergistic effect in learning, it should be noted that fully adapted to the needs of didactics flag “hysteresis”, which is essentially a model of destruction of educational potential. The hypothesis of multilevel synergetic effect is put forward, which led to the introduction of the concepts of simple and complex hysteresis. It is worth paying attention to the need to justify the number of stages of formation / destruction of levels of academic achievement. Instead, other catastrophe flags (modalities, unreachability, catastrophic jumps, divergences, linear response divergences, critical decelerations, and anomalous variance), which determine the achievement of a bifurcation point and the emergence of a synergistic effect, should also be the subject of more detailed research.

Keywords: synergetics; catastrophe theory; academic disciplines; innovative information technologies; spline functions.