



**Володимир Вікторович Камишин,**  
доктор педагогічних наук,  
старший науковий співробітник,  
директор Інституту обдарованої дитини  
НАПН України,  
м. Київ, Україна



**Олексій Миколайович Рева,**  
доктор технічних наук,  
професор кафедри дистанційного навчання  
Національного авіаційного університету,  
головний науковий співробітник  
Інституту обдарованої дитини НАПН України,  
м. Кіровоград, Україна

УДК 510.215:376-056.45

## ТЕОРЕТИЧНА МОДЕЛЬ КВАЛІМЕТРИЧНОГО ПРОГНОЗУВАННЯ РОЗВИТКУ АКАДЕМІЧНОЇ ОБДАРОВАНОСТІ

*Учитывая актуальность педагогического моделирования и прогнозирования уровней академической одаренности учащихся для нужд формирования и управления ею, предложена соответствующая теоретическая модель, основанная на предположении перманентности формирования знаний, умений, навыков, а также стационарности соответствующих дидактических процессов. Модель учитывает возможность скачкообразных переходов качественных показателей в количественные и представляет соответствующие процессы S-образной функцией. Уровень академической одаренности в модели определяется во времени через соответствующий тренд и погрешность прогноза.*

**Ключевые слова:** уровень академической одаренности, модель прогнозирования, S-образная функция описания диалектических переходов качественных показателей в количественные, тренд и погрешности формирования показателей знаний, умений и навыков.

*A theoretical model offered is based on the assumption of the formation of knowledge and skills permanence, as well as on the stationarity of corresponding didactic processes. It is presented given the urgency of pedagogical modeling and forecasting of levels of academic students giftedness for the needs of its formation and management. The model takes into account the possibility of abrupt transitions of qualitative indicators into quantitative ones and presents the relevant processes in the form of the S-shaped function. The level of academic giftedness in the model is determined in time through the appropriate trend and forecast error.*

**Key words:** level of academic giftedness, forecasting model, the S-shaped function to describe the dialectic abrupt transitions of qualitative indicators into quantitative ones, trend and accuracy of formation of indicators of knowledge and skills.

На сучасному етапі моделювання є одним з актуальних та ефективних методів наукового дослідження. Воно широко застосовується у педагогіці, що надає можливість органічно об'єднати теоретичне та емпіричне пізнання сутності дидактичних явищ, оптимізувати структуру навчально-виховного процесу (НВП), активізувати пізнавальну діяльність тих, хто навчається, та забезпечити особистісно орієнтоване навчання. Метод моделювання надає педагогічній

науці додаткові можливості математичного опису дидактичних процесів і має значний потенціал [10].

Обґрунтування вищенаведеного подано у відомій праці В. Михеєва, який наголошує, що «широке розповсюдження ... моделювання в педагогічних дослідженнях пояснюється різноманіттям його гносеологічних функцій, що зумовлює вивчення педагогічних явищ і процесів на спеціальному об'єкті – моделі, що є проміжною ланкою між суб'єктом – учителем,



дослідником та предметом дослідження, тобто, певними властивостями та відношеннями між елементами навчально-виховного процесу».

Необхідно констатувати, що з позицій ефективного управління НВП актуальності та пріоритетності набувають відповідні прогностичні моделі [1], що не стали загальноприйнятою педагогічною технологією та викликають необхідність пошуку раціональних підходів до використання традиційних у нових методів прогнозування результатів педагогічної діяльності, як умови її вдосконалення. Подальшого вивчення також потребує проблема створення технологій педагогічного прогнозування [6].

Необхідно констатувати, що загально-теоретичні основи моделювання розробляли П. Анохин, М. Амосов, В. Глушков, О. Славин, В. Штоф та ін. Більшість дослідників інформаційної культури сучасних фахівців виокремлюють необхідність спеціального вміння будувати різні моделі (В. Андрущенко, В. Биков, М. Жалдак, М. Левшин та ін.).

Аспекти психологічного моделювання досліджувалися В. Вендою, М. Гамезо, Г. Журавлевим, Б. Ломовим, В. Рубахіним та ін. Конкретно-методичні принципи здійснення педагогічного моделювання в освіті вивчалися В. Лапинським, М. Вашуленком, Н. Бибик, М. Бурдой, Л. Карташовою, О. Ляшенком, Ю. Малеваним, О. Савченко та ін.

Моделююча діяльність вчителів у контексті проектування педагогічних технологій досліджувалися І. Зязюном, В. Беспалько, В. Скорняком, Т. Титаренко та ін.

Формуванню основ професіоналізму майбутніх вчителів навчальних класів у процесі моделювання педагогічних ситуацій присвячена праця Л. Красюк. Формування у молодших учнів умінь моделювати відображено у дослідженнях О. Карпенка та М. Левшина.

Розпочинаючи аналіз прогностичних педагогічних моделей, необхідно зазначити правильність застосованого з цією метою А. Макаренком терміну «перспектива».

Розвиваючи ідеї управління стосовно НВП, Ю. Кулюткін та Р. Сухобська підкреслюють, що педагогічна діяльність – це процес рефлексивного управління, який не може здійснюватися без відповідного прогнозування.

Б. Гершунський вважав, що отримана в результаті прогностичних досліджень випереджувальна інформація є цілеспрямованим засобом передбачення змін в організації, структурі та змісті НВП. Це є закономірним застосуванням прогностичного підходу в педагогіці, переводячи його зі сфери побажань і теоретичних абстракцій в сферу практичної діяльності, а відповідні результати розглядати в контексті оперативної перебудови діяльності закладів освіти з урахуванням тенденцій, встановлених за результатами педагогічного прогнозування [7].

Існує значна кількість різних методів прогнозування, що відрізняються за: призначенням, видом використаної інформації, реалізованими формальними процедурами отримання кількісних оцінок параметрів

прогностичних моделей, періодом попередження тощо. Суттєві перспективи для практики прогнозування відкрив новий підхід у математичному моделюванні, який засновано на принципі евристичної самоорганізації (саморегуляції). Підхід було розроблено під керівництвом О. Івахненка та названо методом групового урахування аргументів (МГУА) [14–16]. Цей метод реалізує систему алгоритмів поступового ускладнення прогностичної моделі за правилами багаторядної селекції [13]. Принцип самоорганізації (СО) покладено в основу МГУА. Також його називають евристичною СО, оскільки процес будується на застосуванні зовнішніх доповнень, що вибираються евристично.

За допомогою методів, що засновані на припущеннях щодо класу вирішуючих функцій (еволюційних та градієнтних), можна будувати моделі високої складності та отримувати достатньо вірогідні та практично значущі результати. Разом із тим досягненню практичних цілей прогнозування не сприяє витягання нових знань про природу розпізнаваних об'єктів. Однак така можливість, зокрема, виявлення знань про закономірності атрибутів (ознак) обмежена структурою такої взаємодії, зафіксованої в обраній формі вирішуючих функцій. Таким чином, максимум чого можна досягти після побудови певної діагностичної функції – це перерахувати ознаки та їхні комбінації, що увійшли у підсумкову модель. Однак сенс комбінацій, що відображають природу і структуру поділу досліджуваних об'єктів, часто залишається нерозкритим у межах застосування МГУА.

Отримання прогностичної імітаційної моделі можливо здійснити методами прикладної теорії інформації за допомогою застосування теоретичних основ інформаційних ланцюгів, розроблених професором О. Денисовим [5; 11; 12]. Підкреслюючи оригінальність відповідного підходу, що визначив процес ПП як такий, що періодично сходиться, учений окреслив ще один спосіб вдосконалення цілеспрямованих, організаційних та активних навчальних авіаційних систем керування. Вкажемо ще на один шлях застосування інформаційних ланцюгів у моделюванні колективних процесів прийняття рішень (ПР) [2–4]. Потрібно зазначити, що методи прогнозування кількісних характеристик випадкових процесів ще не цілком себе вичерпали і можуть бути застосовані для прогнозування індивідуальних показників АО [5 та ін.].

Завершуючи аналіз сучасних досліджень з проблем педагогічного моделювання і прогнозування, констатуємо обмежену вирішеність питань кваліметрії відповідних показників, ознак та характеристик [18].

На основі проведеного аналізу сучасних досліджень в сфері моделювання та прогнозування дидактичних процесів, необхідно констатувати, що неможливо розробити одну універсальну модель, яка б охопила досліджувані проблеми організації, управління та вдосконалення НВП, з яскраво вираженою кваліметричною складовою. Тому, враховуючи, що процеси формування знань, умінь та навичок (ЗВН) під час навчання є випадковими (стохастичними), метою



цієї публікації є розроблення відповідної прогнозовної моделі рівнів академічної обдарованості (РАО) за кваліметричними показниками якості навчання.

*Розроблення прогнозовної кваліметричної моделі формування академічної обдарованості базується на методах теорії випадкових процесів.*

Приймаємо, що під час навчання фіксується набутий РАО учнів за  $m$  навчальними дисциплінами (НД), які вони мають опанувати відповідно до навчального плану. Будемо вважати, що педагогічний контроль набутих РАО з кожної НД відбувається за допомогою об'єктивного тестового контролю (ОТК), що надає можливість отримати відповідні кількісні показники, виміряні за 100-бальною шкалою та зручні для математичного аналізу [8; 18; 20]. За умов відсутності ОТК нескладно, використовуючи рекомендації праць [17–19], здійснити дефазифікацію оцінок бальних шкал (наприклад, 12-бальної), поставивши їм у відповідність коефіцієнти бажаності (пріоритетності, вагомості, значущості), що є «зваженими», тобто кількісно вимірюються за абсолютною шкалою розмірності [1].

Для зручності подальших міркувань вводимо такі показники:

$$A_i^2 = \bar{Y}_i^2(t) + \sigma_i^2(t) = Y_{i0}^2 + E_i^2(t), \quad (1)$$

де  $\bar{Y}_i(t)$  – усереднене значення РАО учнів, набутих з  $i$ -ї НД після  $t$  (год) її вивчення;

$Y_{i0}$  – задане «нормативне» значення РАО з  $i$ -ї НД, що контролюється. Може дорівнювати «прохідному» чи будь-якому іншому обґрунтованому балу прийнятої шкали;

$E_i(t)$  – погрішність дотримання учнями  $i$ -го заданого («нормативного») значення РАО з певної НД після  $t$  (год) навчання:

$$E_i(t) = \sqrt{\bar{Y}_i^2 + \sigma^2(t) - Y_{i0}^2}. \quad (2)$$

Тоді:

$$a_i = \| E_i(1), E_i(2), \dots, E_i(t), \dots, E_i(T) \| \quad (3)$$

це вектор-рядок, що характеризує точність збереження значення РАО з  $i$ -ї контрольованої НД у процесі навчання.

Подамо  $E_i(t)$  у вигляді [8]:

$$E_i(t) = \bar{E}_i(t) + \varepsilon_i(t), \quad (4)$$

де  $\bar{E}_i(t)$  – детермінована невідповідна компонента (тренд) процесу формування ЗВН та забезпечення знаходження РАО з  $i$ -ї НД у заданих межах після  $t$  (год) опанування нею учнями,

$\varepsilon_i(t)$  – стохастична компонента, що відображає випадкові коливання чи шуми процесу навчання і розподілена нормально відносно  $\bar{E}_i(t)$ .

Динаміку формування РАО через ЗВН у процесі навчання визначає така транспонована матриця:

$$A = \| a_1, a_2, \dots, a_m \| ^T. \quad (5)$$

Таким чином, було отримано модель навчання, де стан досягнутого РАО фіксується за виконання умов та правил [2 та ін.], дотримання яких дозволяє розглядати НВП, як безперервний. Оскільки процеси управління НВП є стохастичними, то можна говорити про безперервний випадковий процес [8]. Тоді оцінювання динаміки формування ЗВН учнів можна здійснювати за допомогою детального аналізу кожного елемента  $a_i$  матриці  $A$ . При цьому тренд  $\bar{E}_i(t)$  і адитивна помилка  $\varepsilon_i(t)$  визначаються будь-яким функціональним механізмом, що характеризує їхню поведінку у часі. Задача прогнозу полягає у визначенні виду функції екстраполяції  $\bar{E}_i(t)$  і помилки  $\varepsilon_i(t)$  на основі емпіричних даних.

Першим етапом екстраполяції  $\bar{E}_i(t)$  є вибір оптимального фільтра функції екстраполяції, що описує емпіричний ряд. Для цього здійснюється попереднє оброблення та перетворення показників ЗВН для подальшого вибору виду тренду, за допомогою згладжування та вирівнювання експериментальних функцій; визначення функцій диференціального зростання, а також формального чи логічного аналізу особливостей процесу. Наступним етапом є розрахунок параметрів екстраполяційної функції.

Завдання формування моделі НВП і прогнозування РАО учнів може розв'язуватися з позицій макропідходу, застосовуючи результати досліджень [4 та ін.]. Однак ці моделі, забезпечуючи прогнозування групових закономірностей формування ЗВН, не враховують індивідуальних особливостей тих, хто навчається. З аналізу класичних моделей процесу навчання випливає, що вони не відповідають цій вимозі, а тому не можуть бути застосовані для оптимізації цілеспрямованого, організаційного та активного (у контексті основних положень системного аналізу) НВП.

У сучасній психології спостерігається тенденція переходу до більш детального розгляду закономірностей процесу навчання та професійної підготовки (ПП), що призвело до необхідності врахування його коливального характеру і стрибків, вивчення впливу індивідуальних здібностей тих, хто навчається, ступеня складності та умов виконання тренувальної вправи. Характерним є підхід В. Венді, називаний ним «трансформаційною теорією навчання», що відображає діалектичний гегелівський закон переходу кількісних змін в якісні [3; 4]. Сутність цього підходу полягає в тому, що коливання показника якості діяльності у процесі навчання і ПП розглядаються як закономірний результат послідовної зміни стратегій, тактик та окремих прийомів, завдяки яким виробляється індивідуальний стиль діяльності тих, хто навчається. Цей підхід добре ілюструють чотири послідовних стадій формування будь-якої навички (рис. 1) [9]:

режим компенсації → переслідування з компенсацією → оптимального передбачення → передвіцання.

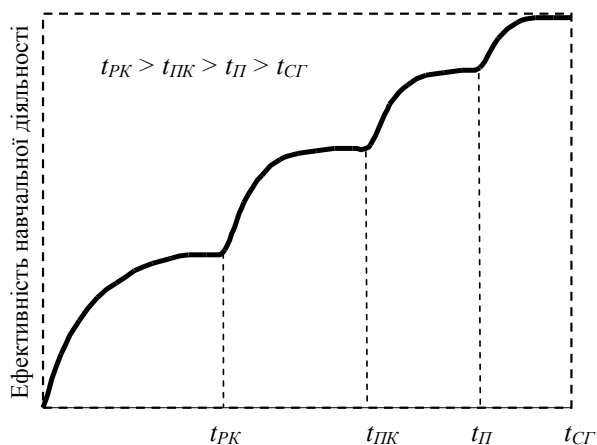


Рис. 1. Трансформація знань, вмінь навичок в процесі навчання:  $t_{PK}$  – час, потрібний для досягнення рівня праці у режимі компенсації;  $t_{ПК}$  – переслідування з компенсацією;  $t_{П}$  – оптимального передбачення;  $t_{СГ}$  – передвіщення (синхронного генератора)

Необхідно вказати, що передбачення також називають режимом «синхронного генератора», коли в того, хто навчається, виникає синергетична властивість онлайн продукувати нові ЗВН за складних ситуацій. Особливо це проявляється в діяльності операторів складних систем керування (зокрема, авіаційних), що спроможні долати наслідки таких відмов авіаційної техніки, непередбачених відповідними нормативними рекомендаціями щодо їх долання.

Чим складніша діяльність, тим складніші навички та вміння, що потрібні для ефективного її виконання, тим частіше у процесі ПП виникає необхідність заміни стратегії й тактики поведінки, і тим яскравіше виражено коливальний характер кривої навчання [9]. Однак для відносно простих дій вона може мати монотонний характер.

З рисунку 1 зрозуміло, що якісні зміни відбуваються стрибками під час еволюції процесу розвитку, тобто, формування АО (ЗВН), що описується так званими S-функціями [19]. При цьому тривалість циклів (періодів) кількісних змін на кожному наступному якісному рівні досягнутих ЗВН неухильно скорочується.

Пізнання закономірностей розвитку ЗВН, а отже і АО, дає можливість встановити хронологічні етапи їхніх змін, а також оцінити якісний стан у поточному часі та розпізнати можливі наступні зміни. Розроблення прогнозів допомагає встановити розташування досягнутих параметрів (показників) АО на активній чи згасаючій частині S-функції та визначити перспективність подальшого розвитку.

Зауважимо, що закономірність розвитку АО має перманентний характер, хоча часовий відрізок якісного стрибка може сприйматися як розрив S-подібної кривої (дискретність). Це вперше відзначили у своїх дослідженнях Ч. Дарвін та Г. Мендель, а потім підтвердили В. Виготський та О. Івахненко.

Одним з принципів розвитку АО є відповідність прогнозованого НВП закону нерівномірності за умов

послідовної та поетапної його зміни. Наочно це уявляється S-подібною формою розвитку ЗВН на кожній стадії НВП.

Педагогічне прогнозування визначають як процес отримання випереджувальної інформації про дидактичний об'єкт, що збирається за допомогою науково-обґрунтованих положень і методів. Об'єктами вважаються: навчальний клас (студентська група), учень (студент), знання, відношення тощо. Можливі шляхи досягнення прогнозованого результату формування АО є множиною гіпотез щодо оптимальності способів рішення дидактичної задачі, комбінаторику яких здійснює в особистих актах мислення педагог, який здійснює безпосередній моніторинг НВП [13].

Умовно процес прогнозування можна умовно розділити на такі етапи [14–16 та ін.]:

- визначення прогнозних характеристик АО;
- збір та підготовка даних про динаміку змін характеристик АО, які прогнозуються у часі;
- вибір та обґрунтування математичної моделі прогнозування РАО;
- обробка статистичних даних для визначення невідомих параметрів моделі навченості та отримання залежності, що зв'язує з часом характеристики АО, які підлягають прогнозуванню;
- прогнозування;
- аналіз отриманих результатів.

Прогнозування стаціонарного випадкового процесу, кореляційна функція якого відома, зводиться до визначення передавальної функції деякого фільтра  $W(j\omega)$ . Подаючи на його вхід процес  $E_i(t)$ , на виході отримуємо таку величину  $\beta_i(t) = \hat{E}_i(t + \Delta t)$ , що забезпечує мінімальну дисперсію, яка розглядається як різниця між величиною  $\beta_i(t)$  в момент часу  $t$  та істинною величиною випадкового процесу на вході  $E_i(t + \Delta t)$  у момент часу  $t + \Delta t$ :

$$D_i = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} [E_i(t + \Delta t) - \beta_i(t)]^2 dt \Rightarrow \min. \quad (5)$$

Застосовуючи методи спектрального аналізу, покажемо, що у зв'язку з тим, що за перетворення стаціонарної випадкової функції лінійною системою, її спектральна щільність перемножується на квадрат модуля частотної характеристики:

$$S_{\beta_i}(\omega) = |W(j\omega)|^2 S_{E_i}(\omega), \quad (6)$$

де  $S_{E_i} = \int_{-\infty}^{+\infty} R_i(\tau) e^{-j\omega\tau} d\tau$  – спектральна щільність випадкового процесу  $E_i(t)$ , що зв'язана перетворенням Ж. Фур'є з його кореляційною функцією  $R_{E_i}(\tau)$ .

Тоді буде мати також місце і така рівність:

$$R_{E_i}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{E_i}(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega. \quad (7)$$

Подаємо (6) у вигляді

$$S_{\beta_i}(\omega) = |W(j\omega)|^2 |S_{E_i}^{1/2}(\omega)| \quad (8)$$



Таким чином,  $\beta_i$  можна уявити, як результат проходження процесу зі спектральною щільністю 1, тобто «білого шуму» через ланки, що з'єднані послідовно та мають відповідні амплітудно-частотні характеристики  $|W(j\omega)|$  і  $|S_{E_i}^{1/2}(\omega)|$  (рис. 2).

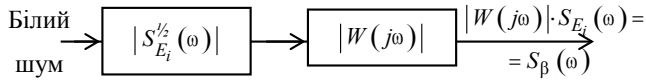


Рис. 2. Проходження білого шуму через послідовні ланки

Білий шум можна подати у вигляді послідовності статистично незалежних імпульсів, що мають гаусівський розподіл амплітуд. При цьому на виході першої ланки з характеристикою  $|S_{E_i}^{1/2}(\omega)|$  з'явиться сума імпульсів перехідних функцій:

$$\gamma(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} |S_{E_i}^{1/2}(\omega)| \cdot e^{j\omega t} d\omega, \quad (9)$$

що «спостерігаються» до моменту часу  $t = t_0$ . Вихід першої ланки в момент часу  $t_0 + \Delta t$  визначається як впливом імпульсів шуму до моменту  $t_0$ , так і впливом імпульсів з моменту  $t_0$  до моменту  $t_0 + \Delta t$ , результат якого неможливо передбачити, оскільки ці імпульси статистично незалежні від імпульсів, що мали місце до  $t_0$ .

Таким чином, можна передбачити в момент часу  $t_0$  лише частину вихідного сигналу 1-ї ланки в момент часу  $t_0 + \Delta t$ , що містить суму усіх імпульсних передавальних функцій у цей момент часу, таких, що викликані імпульсами шуму, які мали місце до моменту  $t_0$ . Для цього за допомогою передавальної функції системи необхідно «зрушити» передавальні функції вліво на осі  $t$  на величину попередження  $\Delta t$ , зробивши їх рівними нулю для моментів часу, що передували впливу імпульсів, які їх викликали. Оскільки має виконуватися умова фізичної здійсненності, то система не може реагувати на вплив раніше, ніж він вплинув на неї. Тоді імпульсну передавальну функцію системи, що здійснює прогнозування (рис. 3), подаємо так:

$$\left. \begin{aligned} v(t) &= \gamma(t + \Delta t), & t > t_0 = 0 \\ v(t) &= 0, & t < t_0 = 0 \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

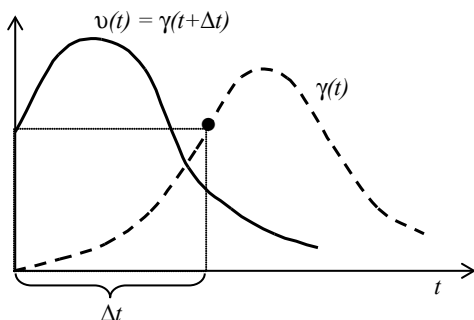


Рис. 3. Імпульсна перехідна функція прогновної системи

Передавальна функція, що відповідає функції  $v(t)$  буде мати такий вигляд:

$$V(j\omega) = \int_0^{\infty} \gamma(t + \Delta t) \cdot e^{-j\omega t} dt. \quad (11)$$

Тоді, відповідно до рисунку 2, маємо:

$$V(j\omega) = |S_{E_i}^{1/2}(\omega)| \cdot W(j\omega), \quad (12)$$

звідки

$$W(j\omega) = \frac{V(j\omega)}{|S_{E_i}^{1/2}(\omega)|} \quad (13)$$

є передавальною функцією фільтра, що прогнозує стаціонарний випадковий процес з мінімальною дисперсією, яка дорівнює

$$D = [E_i(t + \Delta t) - \hat{E}_i(t + \Delta t)]^2 = \int_0^{\Delta t} \gamma^2(t) dt. \quad (14)$$

Таким чином, прогнозне значення показників процесу формування АО буде формуватися за допомогою схеми, що подано на рисунку 4.

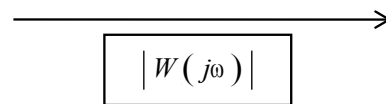


Рис. 4. Встановлення прогнозного значення показників процесу формування академічної обдарованості

Нехай кореляційна функція випадкового процесу  $E_i(t)$  описується таким виразом:

$$R(\tau) = D(E_i) \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cdot \cos \beta\tau. \quad (15)$$

Тоді спектральна щільність, згідно з виразом (6), визначиться таким чином:

$$\begin{aligned} S_{E_i}(\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} D(E_i) \cdot e^{-\alpha|\tau|} \cdot \cos \beta\tau e^{-j\omega\tau} d\tau = \\ &= D(E_i) \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\alpha|\tau|} \cdot \frac{e^{j\beta\tau} + e^{-j\beta\tau}}{2} \cdot e^{-j\omega\tau} d\tau = \\ &= \alpha \cdot D(E_i) \cdot \left[ \frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right] \end{aligned} \quad (16)$$

або

$$\begin{aligned} S_{E_i}(\omega) &= \frac{2\alpha \cdot D(E_i) \cdot (\omega^2 + \alpha^2 + \beta^2)}{[\alpha^2 + (\omega + \beta)^2] \cdot [\alpha^2 + (\omega - \beta)^2]} = \\ &= 2\alpha \cdot D(E_i) \cdot \left[ \omega - j\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right] \cdot \left[ \omega + j\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} \right] \times \\ &\times \frac{1}{[\omega - (-\beta + j\alpha)] \cdot [\omega + (-\beta + j\alpha)]} \\ &\times \frac{1}{[\omega - (\beta + j\alpha)] \cdot [\omega - (\beta - j\alpha)]}. \end{aligned} \quad (17)$$



При цьому

$$\begin{aligned} \psi(j\omega) &= \left| S_{E_i}^{1/2}(\omega) \right| = \\ &= \frac{\sqrt{2\alpha \cdot D(E_i)} \cdot (\omega - j\sqrt{\alpha^2 + \beta^2})}{[\omega - (-\beta + j\alpha)] \cdot [\omega - (\beta + j\alpha)]} = \\ &= \frac{\sqrt{2\alpha \cdot D(E_i)}}{2\beta} \left\{ \frac{\beta + j(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha)}{\omega - (-\beta + j\alpha)} + \right. \\ &\quad \left. \frac{\beta - j(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha)}{\omega - (\beta + j\alpha)} \right\}. \end{aligned} \tag{18}$$

Враховуючи, що інтеграл вигляду

$$\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{A}{\omega - \lambda} \cdot e^{j\omega t} d\omega = A e^{j\lambda t}, \tag{19}$$

застосовуємо (9) і отримуємо:

$$\begin{aligned} \gamma(t) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \Psi(j\omega) d\omega = \frac{j\sqrt{2\alpha D(E_i)}}{2\beta} \times \\ &\times \left\{ \left[ \beta + j(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha) \cdot e^{j(-\beta + j\alpha)t} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \left[ \beta - j(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha) \cdot e^{j(\beta - j\alpha)t} \right] \right\}. \end{aligned} \tag{20}$$

Записуючи перехідну функцію  $v(t) = \gamma(t + \Delta t)$  за  $t > 0$ , відповідно до (11), знаходимо:

$$\begin{aligned} V(j\omega) &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} v(t) dt = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-j\omega t} \gamma(t + \Delta t) dt = \frac{\sqrt{2\alpha D(E_i)}}{2\beta} \times \\ &\times \left[ \frac{\beta + j(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha)}{\omega - (-\beta + j\alpha)} e^{j(-\beta + j\alpha)\Delta t} + \right. \\ &\quad \left. + \frac{\beta - j(\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha)}{\omega - (\beta + j\alpha)} e^{j(\beta + j\alpha)\Delta t} \right]. \end{aligned} \tag{21}$$

Далі, відповідно до виразу (13), маємо:

$$\begin{aligned} W(j\omega) &= \frac{V(j\omega)}{\Psi(j\omega)} = \\ &= e^{-\alpha\Delta t} \left[ \cos\beta\Delta t + k \frac{T_1 j\omega + 1}{T_2 j\omega + 1} \sin\beta\Delta t \right], \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned} \text{де } T_1 &= \frac{\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - \alpha}{\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - (\alpha^2 + \beta^2)}; \\ T_2 &= \frac{1}{\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}}; \quad k = \frac{\alpha\sqrt{\alpha^2 + \beta^2} - (\alpha^2 + \beta^2)}{\beta\sqrt{\alpha^2 + \beta^2}} \end{aligned}$$

Прогнозне значення показників процесу буде при цьому формуватися так, як це подано на рисунку 5.

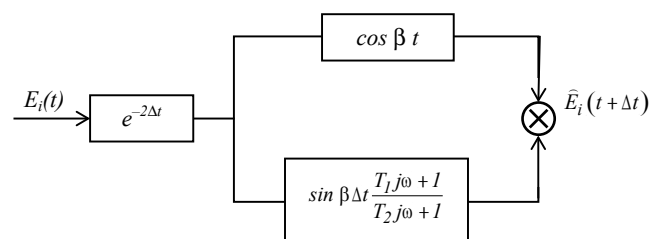


Рис. 5. Схема фільтра, що прогнозує процес з кореляційною функцією виду (20)

Якщо  $\beta \rightarrow 0$ , то отримуємо передавальну функцію  $W(j\omega) \rightarrow e^{-\alpha\Delta t}$ . Динаміку у часі цієї функції подано на рисунку 6.

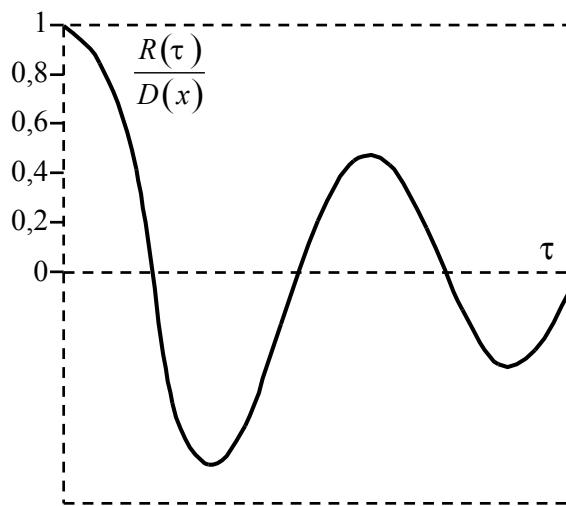


Рис. 6. Нормована кореляційна функція

Визначимо три джерела помилок прогнозування.

1. Наявність похибки, що викривляє спостережені та прогнозні значення процесу формування АО учнів.
2. Неправильний вибір математичної моделі процесу формування АО, зокрема його детермінованої основи.

Похибка прогнозу:

$$\Delta_i = \left| \hat{E}_i(t) - E_i(t + \Delta t) \right| \tag{23}$$

формується, згідно зі схемою, що подана на рисунку 7.

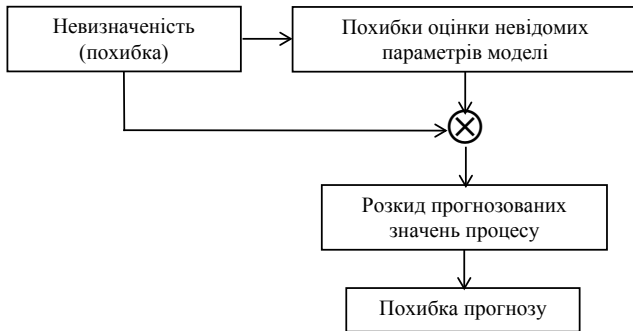


Рис. 7. Схема формування похибок прогнозу академічної успішності

3. Зміна характеру перебігу процесу порівняно з вихідними на інтервалах спостереження та упередження.

Перелічені засоби боротьби з першим із джерел помилок є більш дослідженими і такими, що успішно застосовуються.

Друге джерело помилок не дозволяє отримати точний прогноз, незалежно від точності обчислень. Головний засіб боротьби з ним – це залучення досвідчених педагогів для вироблення математичної моделі прогнозування, а також проведення логічного аналізу його результатів. Тоді прогнозування необхідно розглядати як задачу розпізнавання виду детермінованої основи процесу. Для її розв’язання обирається система ознак  $\bar{P} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$ , що характеризує ступінь відповідності пробної аналітичної функції, яка була обрана для прогнозування, реальним статистичним даним. Ця пробна функція має відповідати певним вимогам: по-перше, мати повноту, тобто дозволяти з достатньою впевненістю розпізнавати вид

детермінованої основи НВП; бути інваріантною стосовно коефіцієнтів і помилок, що мають бути визначені, тобто рішення щодо виду детермінованої основи процесу приймається на основі системи ознак  $\bar{P}$  і має не бути статистично залежним від коефіцієнтів і похибок; по-друге, бути інформативною, тобто система  $\bar{P}$  має охоплювати лише ті ознаки, що суттєво сприяють розпізнаванню виду детермінованої основи процесу.

Спектральні щільності пробних функцій і відповідних ним оптимальних прогнозних фільтрів подано в таблиці 1.

Небезпечним є *третьє* джерело помилок, зумовлене змінами у НВП стосовно вихідної, навіть, правильно обраної моделі, адже деякі учні мають яскраво виражену АО і мотивацію до навчання, що не може не відобразитися на результативності. Більш ефективним засобом боротьби з такими помилками є досвід дослідника-педагога та регулярний контроль.

Якщо помилка  $\Delta_i > \varepsilon_i$ , то задача прогнозування виникає знову з такими вихідними даними:

$$a_i = \left| E_i(1), E_i(2), \dots, E_i(t), \dots, \hat{E}_i(t + \Delta t) + \Delta_i, \dots \right|, \quad (24)$$

тобто маємо так звану прогнозу модель, що вивчається.

Якщо  $\Delta_i \leq \varepsilon_i$ , то прогноз РАО є вірогідним і здійснюється з будь-якою точністю, що задається заздалегідь.

Модель, що розроблена, може «не спрацювати» у ситуаціях, коли НВП не є стаціонарним. Тоді, зберігаючи ту ж послідовність міркувань, необхідно застосувати для прогнозування РАО вже фільтр Калмана, що спеціально призначений для аналізу та прогнозу характеристик нестационарних випадкових процесів [17; 20].

Таблиця 1

**Значення спектральних щільностей випадкових процесів і відповідних оптимальних функцій фільтрів**

$S_{E_i}(\omega)$	$W(j\omega)$
1	2
Const	0
$\frac{2 \cdot \alpha \cdot D(E_i)}{\alpha^2 + \omega^2}$	$e^{-\alpha \Delta t}$
$2 \cdot D(E_i) \left\{ \frac{1}{\alpha^2 + (\omega + \beta)^2} + \frac{1}{\alpha^2 + (\omega - \beta)^2} \right\}$	$\left[ \cos \beta \cdot \Delta t + k \frac{(T_1 j \omega + 1)}{T_2 j \omega + 1} \cdot \sin \beta \Delta t \right] \cdot e^{-\alpha \Delta t}$
$\frac{1}{(1 + \omega^2)^2}$	$k \cdot (T_j \omega + 1)$
$\frac{1}{1 + \omega^4}$	$\left[ k (T_j \omega + 1) \right] \cdot e^{-\frac{\Delta t}{\sqrt{2}}}$



Якщо ж робиться спроба прогнозування РАО учнів з яскраво вираженою АО чи на фінішній ділянці кожного етапу S-подібної функції формування ЗВН, то вона добре апроксимується гіперболою [9 та ін.].

Таким чином, на основі отриманих і поданих у цій статті нових наукових результатів, варто згадати наступні суттєві положення.

3. Визначено значущість моделювання, особливо прогнозного у НВП.

4. Проведено порівняльний аналіз сучасних педагогічних моделей, з якого випливає, що неможливо для потреб дидактики обрати одну універсальну модель, тому залежно від цілей, що переслідуються у процесі досліджень, необхідно обрати адекватну їм модель.

5. Процес формування РАО учнів через певні показники ЗВН описано S-подібною функцією, яка відображає діалектичні переходи якісних РАО в кількісні, а також визначає відповідні етапи та стадії.

6. Розглядаючи НВП, як безперервно стаціонарний запропоновано теоретичну модель прогнозування РАО, що враховує тренд цього процесу та можливу помилку.

7. Дескриптивно розглянуто характер можливих помилок прогнозування РАО та запропоновано рекомендації щодо їх усунення.

8. Подальші дослідження необхідно здійснювати у напрямках отримання емпіричної інформації для побудови експериментальної моделі прогнозування РАО учнів.

### Використані літературні джерела

1. *Монахов В. М.* Педагогическое проектирование – современный инструмент дидактических исследований [Текст] / В. М. Монахов // Школьные технологии. – 2001. – № 5. – С. 75–89.

2. *Волярська О. С.* Прогнозування в навчально-виховній діяльності [Текст] / О. С. Волярська; за ред. С. Д. Максименка // Проблеми загальної та педагогічної психології: зб. наук. пр. Ін-ту психології імені Г. С. Костюка АПН України. – Т. 11. – Ч. 3. – К., 2009. – С. 89–99.

3. *Денисов А. А.* Основы теории информационных цепей [Текст] / А. А. Денисов. – Л.: ЛПИ, 1977. – 55 с.

4. Теория и эксперимент в анализе труда операторов [Текст] / под ред. В. Ф. Венды, В. А. Вавилова. – М.: Наука, 1983. – 332 с.

5. *Лодатко Е. А.* Моделирование педагогических систем и процессов [Текст]: монография / Е. А. Лодатко. – Славянск: СГПУ, 2010. – 148 с.

6. *Бестужев-Лада И. В.* Нормативное социальное прогнозирование: возможные пути реализации целей общества [Текст] / И. В. Бестужев-Лада. – М.: Наука, 1987. – С. 57–62.

7. Современное социальное управление [Текст]: курс лекций / В. Н. Иванов, В. И. Патрушев, А. О. Доронин и др. – М., 2000. – С. 91–107.

8. *Львовский Е. Н.* Статистические методы построения эмпирических формул [Текст] / Е. Н. Львовский. – М.: Высшая школа, 1982. – 224 с.

9. *Рева А. Н.* Прогнозирование уровня профессиональной обученности пилотов, надежности их действий и безопасности полетов [Текст] / А. Н. Рева, В. А. Свиркин // Методы и средства оценки уровня безопасности полетов гражданских воздушных судов: сб. науч. тр. – К.: КИИГА, 1985. – С. 74–80.

10. Основы социального управления [Текст]: учеб. пособ. / В. Н. Иванов, В. И. Патрушев, А. Г. Гладышев [и др.]. – М.: Высш. шк., 2001. – 271 с.

11. *Гершунский Б. С.* Философия образования для XXI века (В поисках практико-ориентированных концепций) [Текст] / Б. С. Гершунский. – М.: Совершенство, 1998. – 90 с.

12. *Клопченко В. С.* Методы прогнозирования в образовании [Текст] / В. С. Клопченко // Известия Южного федерального университета. Технические науки. – 2005. – № 5. – Т. 60. – С. 210–214.

13. *Камишин В. В.* Процедура фазификации/дефазификации балів шкал оцінювання [Текст] / В. В. Камишин, О. М. Рева, Л. М. Макаренко, О. М. Медведко // Електроніка та системи управління: наук. журн. – К.: НАУ, 2012. – № 3 (33). – С. 53–62.

14. *Ивахненко А. Г.* Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами [Текст] / А. Г. Ивахненко. – К.: Техніка, 1975. – 311 с.

15. *Ивахненко А. Г.* Самоорганизация прогнозирующих моделей [Текст] / А. Г. Ивахненко, И. К. Мюллер. – К.: Техніка, 1985; Берлин: ФЕБ Ферлаг Техник, 1984. – 223 с.

16. *Добров Г. М.* О предвидении развития науки [Текст] / Г. М. Добров // Вопросы философии. – 1964. – № 10.

17. *Рева О. М.* Методи прикладної теорії інформації в оцінці ефективності структурної організації невеликої групи авіаційних операторів [Текст] / О. М. Рева, Н. В. Борота // Вісник Київського міжнародного ун-ту цивільної авіації. – К.: КМУЦА, 1999. – № 2. – С. 272–278.

18. *Гласс Дж.* Статистические методы в педагогике и психологии / Дж. Гласс, Дж. Стенли; общ. ред. Ю. П. Адлера; пер. с англ. Л. И. Харусовой. – М.: Прогресс, 1976. – 496 с.

19. *Украинцев С. В.* К использованию модифицированного Калмана для оценки параметров движения летательного аппарата [Текст] / С. В. Украинцев // Авиационная эргономика: сб. науч. тр. – К.: КИИГА, 1979. – С. 114–116.

20. *Шибанов Г. П.* Количественная оценка деятельности человека в системах «человек-техника» [Текст] / Г. П. Шибанов. – М.: Машиностроение, 1983. – 263 с.